



Серия №4. Олимпиады и задачи

4 июля

1. На олимпиаде было больше одного участника и больше одной задачи. Все участники решили разное число задач. Каждая задача была решена разным количеством участников. Докажите, что какой-то участник решил ровно одну задачу.
2. На одном турнире командам была предложена олимпиада из 8 задач. Выяснилось, что каждая команда решила ровно 3 задачи. При этом любые две команды решили на двоих не менее 5 задач. Какое наибольшее количество команд могло участвовать в турнире?
3. 17 участников олимпиады решали 9 задач. Каждую задачу решили ровно по 11 участников. Докажите, что найдутся 2 таких участника, что каждая из 9 задач решена хотя бы одним из них.
4. На олимпиаде было 50 участников. Каждый из них решил больше половины от всех задач. Докажите, что можно выбрать не более 5 задач таких, что каждый участник решил хотя бы одну из них.
5. На олимпиаде было m участников и $2n + 1$ задач. Известно, что для любых 2 задач не более k школьников их одновременно решили/не решили. Докажите, что $\frac{k}{m} \geq \frac{n}{2n+1}$.
6. На олимпиаде было 50 участников и 8 задач. Участники сдали 171 правильное решение. Докажите, что найдутся 3 задачи и 3 участника, которые одновременно их решили.
7. На олимпиаде было нечётное число школьников и 20 задач. Каждый школьник решил ровно 7 задач. При этом оказалось, что для любого школьника ровно половина из остальных не решили с ним ни одной общей задачи. Какое наибольшее количество школьников могло участвовать в олимпиаде?